Prof. Dr. Alfred Toth

Zur Logifizierung der Semiotik

1. Rudolf Kaehr (2008, S. 23 ff.) hat erste Beispiele für Logifizierung der Semiotik gegeben:

$$\mathrm{Sem}^{(3,2,2)}_{(inter,\, act,\, act)} = \begin{pmatrix} [\blacklozenge, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \mathbf{1.1}_{1.3} & \mathbf{2.3}_{2.3} & \mathbf{1.3}_{3} \\ 2 & \mathbf{3.2}_{2.3} & \mathbf{2.2}_{1.2} & \mathbf{2.3}_{2} \\ 3 & \mathbf{3.1}_{3} & \mathbf{3.2}_{2} & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{logification}} \begin{pmatrix} [\blacklozenge, \vee, \wedge] & T_{1.3} & F_{1.2} & \mathbf{F}_{2.3} \\ T_{1.3} & T_{1.3} & \mathbf{F}_{2.3} & \mathbf{F_3} \\ F_{1.2} & \mathbf{F}_{2.3} & F_{\mathbf{1.2}} & F_{\mathbf{2}} \\ \mathbf{F}_{2.3} & \mathbf{F_3} & F_{\mathbf{2}} & \mathbf{F_{2.3}} \end{pmatrix}$$

$$\log\left(\mathrm{Sem}^{(3,2,2)}_{[\blacklozenge,\, \vee,\, \wedge]}\right)$$

with:

$T_{1.3} \equiv 1.1_{1.3} \equiv t_1, t_3$

$F_{1.2} \equiv 2.2_{1.2} \equiv f_1, t_2$

$\mathbf{F}_{2.3} \equiv 3.3_{2.3} \equiv f_2, f_3$

2. Wie bereits Bense (1986, S. 43) vermutet hatte, bildet die Menge der Primzeichen PZ = {.1., .2., .3.} zusammen mit einer Verknpüfung ○ eine abelsche Gruppe, da die Bedingungen der Abgeschlossenheit und der Assoziativität erfüllt sind da es ein eindeutig bestimmtes Einselement sowie ein eindeutiges Inverses gibt:

Abgeschlossenheit: $1 \circ_2 1 = 3$; $1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1$; $1 \circ_2 3 = 3 \circ_2 1 = 2$; $2 \circ_2 2 = 2$; $2 \circ_2 3 = 3 \circ_2 2 = 3$; $3 \circ_2 3 = 1$.

Assoziativität: $1 \circ_2 (2 \circ_2 3) = (1 \circ_2 2) \circ_2 3 = 2$; $2 \circ_2 (3 \circ_2 2) = (2 \circ_2 3) \circ_2 2 = 3$, $3 \circ_2 (3 \circ_2 1) = (3 \circ_2 3) \circ_2 1 = 3$, usw.

Einselement: $1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1$; $2 \circ_2 2 = 2$; $3 \circ_2 2 = 2 \circ_2 3 = 3$, d.h. e = 2.

Inverses Element: $1^{-1} = 3$, denn $1 \circ_2 3 = 2$; $2^{-1} = 2 = \text{const.}$, $3^{-1} = 1$, denn $3 \circ_2 1 = 2$. Wie bereits von mir an anderer Stelle vorgeschlagen, kann man daher die Austauschrelation $1 \leftrightarrow 3$ als semiotische Entsprechung der 2-wertigen logischen Negation verwenden; z.B. ist also $\neg(1.3) = (3.1)$, $\neg(2.3) = (2.1)$, $\neg(1.1) = (3.3)$ usw.

Zusammen mit der von Kaehr als Durchschnittsoperation definierten Addition, z.B. $(.1.)_{1.3} \times (.3.)_{2.3} = (1.3)_3$, $(.2.)_{1.2} \times (.3.)_{2.3} = (2.3)_2$, usw. lassen sich mit Hilfe der Negation somit alle 16 logischen binären Aussagefunktoren auf die Semiotik anwenden (vgl. z.B. Menne 1991, S. 24 ff.).

3. Zweiwertige logische Aussagefunktoren für die Semiotik

3.1. Disjunktion

Sie lässt sich mit einem De Morgan-Gesetz auf die Konjunktion zurückführen:

$p \vee q := \neg(\neg p \wedge \neg q)$

p	q	$p \vee q$
1.2	1.3	1
1.3	2.3	3
1.2	2.3	2

3.2. Implikation

Sie lässt sich via Disjunktion definieren und mittels De Morgan auf Konjunktion zurückführen:

$p \rightarrow q := \neg p \vee q$

p	q	$p \rightarrow q$
1.2	1.3	1
1.3	2.3	3
1.2	2.3	2

Die semiotischen Werte sind also für Disjunktion und Implikation gleich.

3.3. Replikation

Reduktion der Replikation auf Disjunktion:

$p \longleftarrow q := p \vee \neg q$

p	q	p ⟵ q
1.2	1.3	1
1.3	2.3	3
1.2	2.3	1.2/2.1

$(1.2) \longleftarrow (2.3) = (1.2) \vee \neg(2.3) = (1.2) \vee (2.1)$. Mit de Morgan gilt also:

$(1.2) \vee (2.1) = \neg((3.2) \wedge (2.3)) = \{(1.2), (2.1)\}$.

3.4. Exklusion

$p \mid q := \neg(p \wedge q)$

p	q	p | q
1.2	1.3	3
1.3	2.3	1
1.2	2.3	2

Die Werte für $p \circ q$ mit $\circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \longleftarrow, |\}$ lassen sich also als Kontexturenzahlen für logische Transjunktion und semiotische Interaktionen als ihre Entsprechungen verwenden, so wie es im Eingangsbeispiel von Kaehr für die Konjunktion demonstriert wurde. Da sich sämtliche 16 dyadischen Funktoren auf Negation und Konjunktion zurückführen, kann die Semiotik, wenigstens was die Aussagenlogik betrifft, vollständig logifiziert werden.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2008)

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

24.1.2011